

INTRODUCCIÓN A LA CONVECCIÓN



ÍNDICE

1. CLASIFICACIÓN SEGÚN:

1.1. CAUSA MOVIMIENTO FLUIDO

- Forzada
- Libre

1.2. CONFIGURACIÓN DE FLUJO:

- Flujo externo
- Flujo interno

2. TEORÍA DE CAPA LÍMITE

2.1. CINEMÁTICA

2.2. TÉRMICA

3. FLUJO LAMINAR Y TURBULENTO

3.1. EXTERNO

3.2. INTERNO

4. ANÁLISIS DEL PROBLEMA DE CONVECCIÓN

4.1. ECUACIONES GENERALES

4.2. SIMPLIFICACIONES. ECUACIONES DE CAPA LÍMITE.

5. CARACTERIZACIÓN MEDIANTE PARÁMETROS ADIMENSIONALES

5.1. DEDUCCIÓN DEL NUMERO DE NUSSELT

5.2. DEDUCCIÓN DE LOS GRUPOS ADIMENSIONALES

6. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DEL COEFICIENTE DE CONVECCIÓN

7. CÁLCULO DE PROPIEDADES DEL FLUIDO

8. ANALOGÍA CAPA LÍMITE CINEMÁTICA Y TÉRMICA

1.CONVECCIÓN. CLASIFICACIÓN:

Transmisión de calor desde una superficie al fluido que la baña debido a la conducción en el fluido y al transporte de energía que conlleva el movimiento del mismo.

1.1. CLASIFICACIÓN SEGÚN CAUSA MOVIMIENTO FLUIDO

-FORZADA: El movimiento del fluido está producido por un elemento impulsor externo.

Ejemplos:

- Bomba
- Ventilador
- Movimiento de un objeto (ala de avión).

-LIBRE (NATURAL): El movimiento del fluido es provocado por la diferencia de densidades asociada a la variación espacial de la temperatura en presencia de un campo gravitacional.

Ejemplos:

- Aire alrededor de los radiadores.
- Calentamiento de agua en un cazo.

1.2. CLASIFICACIÓN SEGÚN CONFIGURACIÓN DE FLUJO

• **FLUJO EXTERNO:** EL FLUJO ES EXTERNO AL OBJETO: “NO ESTÁ CONFINADO”

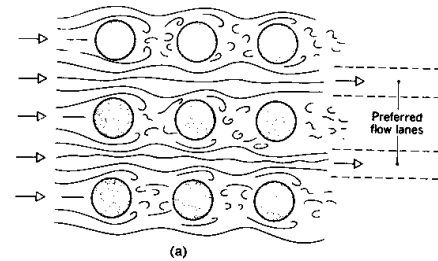
U_{∞}

U_{∞} : velocidad del flujo sin perturbar.

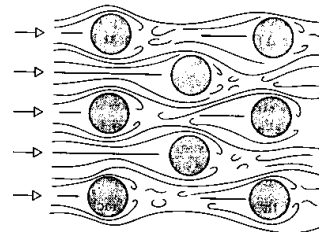
T_{∞} : temperatura del flujo sin perturbar.

U_{∞}

$$Q = A \cdot h \cdot (T_{sup} - T_{\infty})$$



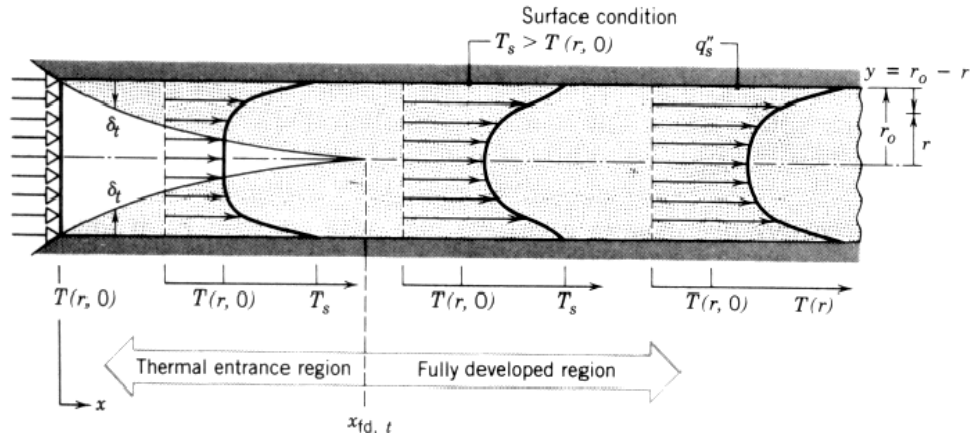
(a)



(b)

Figure 7.12 Flow conditions for (a) aligned and (b) staggered tubes.

•FLUJO INTERNO: LA SUPERFICIE RODEA Y GUÍA EL FLUJO “EL FLUJO ESTÁ CONFINADO”



Desarrollo de la capa límite térmica en un tubo circular calentado

$$dQ = h \cdot (T_{sup}(x) - T_b(x)) \cdot dA$$

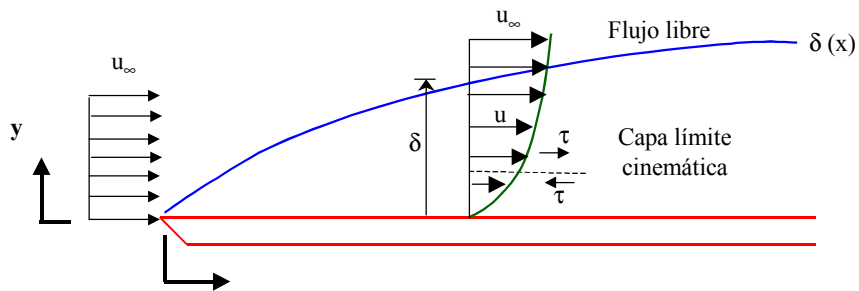
2. TEORÍA DE LA CAPA LÍMITE

2.1. CAPA LÍMITE CINEMÁTICA Asociada a los gradientes de velocidad provocados por la presencia de la superficie sobre el flujo.

El **espesor de la capa límite** se define como aquella distancia a la que

$$U = 0.95 \cdot U_{\infty} (*)$$

siendo U_{∞} la velocidad de la corriente



(*) *Depende del autor.*

Las **variables características** serán la **tensión tangencial**, el **gradiente de velocidad** y la **viscosidad**. La existencia de la viscosidad es la que origina la **capa límite cinemática**.

$$\tau_s = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (\text{Fluido newtoniano})$$

Para **caracterizar** este fenómeno se utiliza el **coeficiente de fricción**.

$$C_f = \frac{\tau_s}{\rho \cdot (u_\infty^2 / 2)}$$

2.2. CAPA LÍMITE TÉRMICA: Asociada a los gradientes de temperatura en el fluido provocado por la presencia de una superficie a diferente temperatura

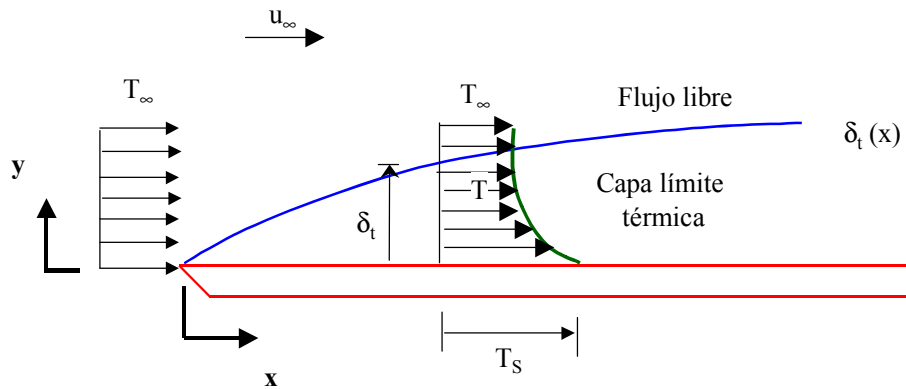


Figura 6.4. Desarrollo de la capa límite térmica en una placa plana isoterma

El **espesor de la capa límite térmica** se define para aquella distancia a la que $\frac{(T_s - T(\delta_t))}{(T_s - T_\infty)} = 95\%$

Las variables características de la capa límite térmica son el calor transmitido, el gradiente de temperaturas y la conductividad térmica. *En un punto del fluido en contacto con la superficie la velocidad es nula, por lo que el flujo de calor se transmite por conducción:*

$$q_s = -k_f \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$

Para caracterizar este fenómeno se utiliza el **coeficiente de convección**:

$$h = \frac{q_s}{(T_s - T_\infty)}$$

El **espesor de la capa límite cinemática** se define como aquella distancia δ a la que

$$U = 0.95 \cdot U_{\infty}$$

siendo U_{∞} la velocidad de la corriente

Las **variables características** serán la **tensión tangencial**, el **gradiente de velocidad** y la **viscosidad**. La existencia de la viscosidad es la que origina la **capa límite cinemática**.

$$\tau_s = \mu \cdot \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \text{ (Fluido newtoniano)}$$

Para **caracterizar** este fenómeno se utiliza el **coeficiente de fricción**.

$$C_f = \frac{\tau_s}{\rho \cdot (u_{\infty}^2/2)}$$

El **espesor de la capa límite térmica** se define para aquella distancia a la que

$$\frac{(T_s - T(\delta_t))}{(T_s - T_{\infty})} = 95\%$$

Las **variables características** de la capa límite térmica son el **calor transmitido**, el **gradiente de temperaturas** y la **conductividad térmica**. En un punto del fluido en contacto con la superficie la velocidad es nula, por lo que el flujo de calor se transmite por conducción:

$$q_s = -k_f \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$

Para **caracterizar** este fenómeno se utiliza el **coeficiente de convección**:

$$h = \frac{q_s}{(T_s - T_{\infty})}$$

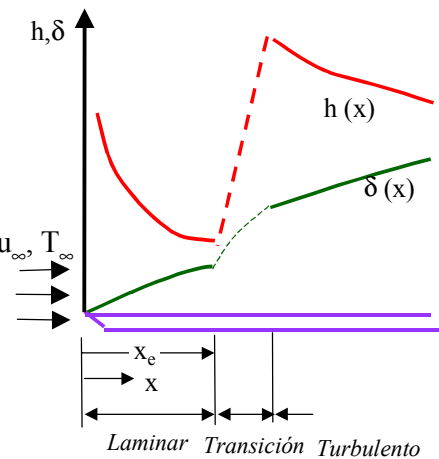
VARIACIÓN DEL COEFICIENTE DE CONVECCIÓN $h(x)$ Y DEL ESPESOR DE LA CAPA LÍMITE CINEMÁTICA $\delta(x)$ EN FLUJO EXTERNO.

La capa límite térmica viene condicionada por la cinemática, existiendo una relación de proporcionalidad entre ambas, que depende fundamentalmente de la relación entre:

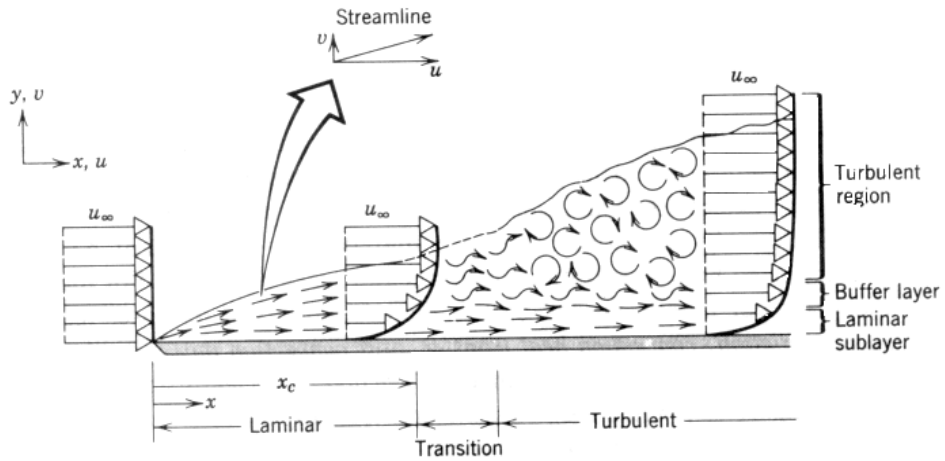
- La viscosidad cinemática*
- La difusividad térmica*

Al aumentar la distancia x desde el borde de ataque, el espesor de las capas límite cinemática y térmica aumenta. Ello provoca que los gradientes u_∞, T_∞ de velocidad y temperatura se reduzcan.

Además, al pasar de flujo laminar a turbulento se produce una brusca variación de $h(x)$ y $\delta(x)$



3. FLUJO LAMINAR Y FLUJO TURBULENTO



Desarrollo de la capa límite cinemática en una placa plana

Tanto el rozamiento con la superficie, como la magnitud de calor transmitido dependen fuertemente del tipo de flujo: laminar o turbulento.

• **LAMINAR**

- Las fuerzas viscosas predominan sobre las de inercia.
- Movimiento del fluido ordenado, líneas de corriente paralelas.

• **TURBULENTO:**

- Irregular
- Intercambio continuo de energía y masa entre capas.
- Fluctuaciones en la velocidad.
- Mayor transmisión de calor asociada a la mayor agitación.
- El movimiento global se define por propiedades medias.

RÉGIMEN DE TRANSICIÓN:

- Muy irregular
- Transformación de régimen laminar a turbulento.

En flujo externo, primero se desarrolla siempre la capa laminar, y si la superficie es lo suficientemente larga entonces se produce la transición, y se puede llegar a condiciones de flujo turbulento.

NÚMERO DE REYNOLDS: Caracteriza el tipo de flujo***En flujo externo***

$$Re_x = \frac{\rho \cdot u_\infty \cdot x}{\mu}$$

siendo x la distancia desde el borde de ataque del flujo, por lo tanto el Reynolds crece linealmente con x :

En flujo interno

$$Re_D = \frac{\rho \cdot u_0 \cdot D}{\mu}$$

donde u_0 es la velocidad media del flujo en la sección del conducto considerada.

En la zona de desarrollo del flujo, en la entrada del conducto, el número de Reynolds también dependería de la distancia, pasando a ser esta la longitud característica del desarrollo de la capa límite. Cuando el flujo está desarrollado, la longitud característica es el diámetro del conducto.

En la resolución de problemas prácticos no suele considerarse el régimen de transición. Por tanto, por debajo de un cierto valor del Reynolds se considera régimen laminar, y por encima turbulento: los valores del Reynolds de transición para flujo externo e interno son diferentes ya que la longitud características adopta diferentes definiciones:

$$\begin{aligned} \text{-Externo:} & & Re_{\text{transición}} &= 5 \cdot 10^5 \\ \text{-Interno (totalmente desarrollado):} & Re_{\text{transición}} &= 2300 \end{aligned}$$

4. ANALISIS DEL PROBLEMA DE CONVECCIÓN

FACTORES QUE AFECTAN AL PROCESO DE TRANSMISIÓN DE CALOR:

- **Propiedades del fluido** (densidad, viscosidad, calor específico y conductividad térmica...)
- **Campo de temperaturas.**
- **Campo de velocidades.**

4.1. ECUACIONES GENERALES DE FLUJO ESTACIONARIO LAMINAR APLICADAS AL ESTUDIO DE LA CAPA LÍMITE

- Para el cálculo del coeficiente de convección h necesitamos caracterizar cinemática y térmicamente el flujo.

Seis incógnitas:

- Campo de velocidades del flujo: u, v, w
- Presión, Temperatura, Densidad

Sistema de seis ecuaciones:

- Cantidad de movimiento (3) (en derivadas parciales)
- Conservación de la masa (1) (ó de continuidad)
- Energía (1)
- Estado del fluido (1)

Condiciones de contorno:

- Velocidad nula en la pared.
- Gradiente de velocidad nulo en el flujo sin perturbar.
- Temperatura en la superficie.
- Gradiente de temperatura nulo en el flujo sin perturbar.

4.2. SIMPLIFICACIONES. ECUACIONES DE CAPA LÍMITE

La teoría de capa límite en convección se debe a Prandtl y Nusselt

-CAPA LÍMITE CINEMÁTICA (LAMINAR):

Hipótesis:

- Estacionario
- Incompresible
- $u \gg v$
- $\frac{\partial u}{\partial y} \gg \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}$
- $\frac{\partial p}{\partial x} \cong 0$

• ***Ecuación de continuidad:***
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

• ***Ecuación de cantidad de movimiento:***
$$(1) u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Se ha sustituido la ecuación de la energía por la hipótesis de incompresibilidad junto con las hipótesis anteriores.

El término del gradiente de presiones es el potencial que provoca el flujo, mientras que el término disipativo se opone al gradiente de velocidad.

-CAPA LÍMITE TÉRMICA:

La ecuación de la energía después de introducir las hipótesis anteriores, teniendo en cuenta:

$$\frac{\partial T}{\partial y} \gg \frac{\partial T}{\partial x}$$

queda en la forma:

$$(2) \quad u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{v}{C_p} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (*)$$

** La energía mecánica disipada por la fricción es convertida irreversiblemente en calor debido al efecto de disipación asociado a la viscosidad del fluido, normalmente despreciable excepto para altas velocidades.*

Si se desprecian los términos $\frac{\partial P}{\partial x}$ y $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$ en las ecuaciones anteriores, se observa una *semejanza entre el comportamiento de la capa límite cinemática y térmica*:

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Semejanza que va a depender de la relación $\frac{\nu}{\alpha} = Pr$ denominada *número de Prandtl*, que indica también, comparativamente, la relación entre los espesores de las capas límite cinemática y térmica.

Como se observa, *el número de Prandtl es una propiedad del fluido* (no del flujo).

Es un *parámetro asociado al problema de transmisión de calor*.

5. CARACTERIZACIÓN MEDIANTE PARÁMETROS ADIMENSIONALES

Aplicación de la teoría de semejanza a las ecuaciones anteriores (1) y (2):

1º) Seleccionamos como magnitudes características:

- Longitud (L)
- Velocidad (U_{∞})
- Diferencia de temperatura ($T_s - T_{\infty}$)

2º) Adimensionalizamos las variables anteriores:

- Coordenadas adimensionales: $X = x/L$; $Y = y/L$
- Velocidades adimensionales: $U = u/U_{\infty}$; $V = v/U_{\infty}$
- Temperaturas adimensionales:

$$\theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_s - T_{\infty}}$$

3º) Sustituyendo estos valores dimensionales en las ecuaciones (1) y (2), y operando

Ecuación de cantidad de movimiento: $U \cdot \frac{\partial U}{\partial X} + V \cdot \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{dP}{dX} + \frac{\nu}{U_\infty \cdot L} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$

$$\frac{1}{\text{Re}} = \frac{\nu}{U_\infty \cdot L}$$

Ecuación de la energía $U \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \cdot \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha}{U_\infty \cdot L} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\nu \cdot U_\infty^2}{C_e \cdot U_\infty \cdot L} \cdot \frac{1}{(T_s - T_\infty)} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right)^2$

donde $\frac{\alpha}{U_\infty \cdot L} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}}$ $\frac{\nu \cdot U_\infty^2}{C_e \cdot U_\infty \cdot L} \cdot \frac{1}{(T_s - T_\infty)} = \frac{Ec}{\text{Re}}$

Por lo tanto, los números adimensionales que caracterizan el proceso son:

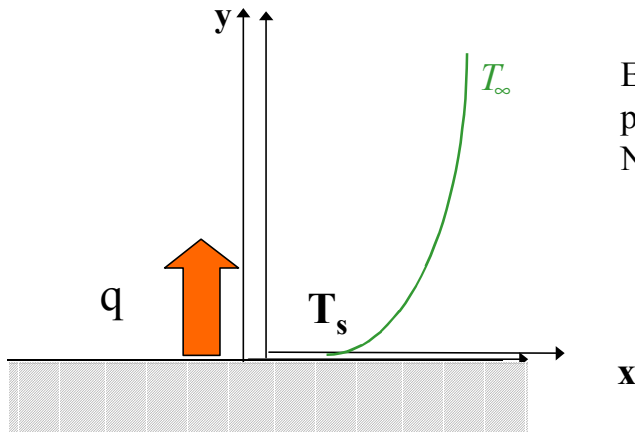
$$\text{Re} = \frac{U_\infty \cdot L}{\nu}$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$Ec = \frac{U_\infty^2}{C_e \cdot (T_s - T_\infty)}$$

El número de Eckert sólo tiene influencia con velocidades muy elevadas.

5.1. DEDUCCIÓN DEL NÚMERO DE NUSSELT



El coeficiente de convección se define a partir de la ley de enfriamiento de Newton:

$$h = \frac{q}{T_s - T_\infty}$$

Por otra parte, el flujo de calor que se transmite al fluido, dado que éste está en contacto con la superficie, se transmite únicamente por conducción, por tanto:

$$q = -k_f \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

$$h = -\frac{k \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

$$q = -k_f \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

$$h = - \frac{k \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

sustituyendo las variables adimensionales $Y=y/L$, $\theta = \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} = - \frac{h \cdot L}{k}$$

El **gradiente del perfil adimensional de temperaturas** se define como el número de Nusselt

$$Nu = \frac{h \cdot L}{k}$$

5.2. DEDUCCIÓN DE LOS GRUPOS ADIMENSIONALES

Se pretende desarrollar una función que permita el cálculo del coeficiente de convección en función de los parámetros que caracterizan el problema. Para el caso de **convección forzada** se tiene:

$$h = f(k, \rho, \mu, Cp, \nu, L) \Rightarrow 7 \text{ variables:}$$

$$\begin{aligned} h &= m \cdot t^3 \cdot \theta^{-1} & L &= l & U &= l \cdot t^{-1} & k &= m \cdot l \cdot \theta^{-1} \cdot t^3 \\ &= m \cdot l^{-1} \cdot t^1 & Cp &= l^2 \cdot \theta^{-1} \cdot t^2 & \rho &= m \cdot l^{-3} \end{aligned}$$

El teorema Pi de Buckingham afirma que *este problema queda caracterizado por un número de parámetros adimensionales igual al número de variables menos el número de magnitudes físicas independientes involucradas:*

$$7-4=3$$

Si pudieramos expresar h como un producto:

$$h = cte \cdot k^x \cdot \rho^y \cdot \mu^z \cdot Cp^t \cdot U^m \cdot L^n$$

variables que intervienen elevadas cada una de ellas con un exponente

Dichos exponentes deberían satisfacer la coherencia dimensional:

$$m \cdot t^{-3} \cdot \theta^{-1} = (m \cdot l \cdot \theta^{-1} \cdot t^3)^x \cdot (m \cdot l^{-3})^y \cdot (m \cdot l^{-1} \cdot t^1)^z \cdot (l^2 \cdot \theta^{-1} \cdot t^2)^t \cdot (l \cdot t^1)^m \cdot l^n$$

De esta ecuación se pueden extraer **4 condiciones**, una por cada una de las *magnitudes físicas*. Por tanto es necesario, dado que se han considerado **6 exponentes**, el considerar 2 de ellos como parámetros. Se escogen **t** y **m** para ello. Así se obtiene:

$$x = 1 - t ; \quad y = m ; \quad z = t - m ; \quad n = m - 1$$

y por tanto **h** se puede escribir como:

$$h = cte \cdot \frac{k}{L} \cdot \left[\frac{\mu \cdot Cp}{k} \right]^t \cdot \left[\frac{\rho \cdot U_\infty \cdot L}{\mu} \right]^m$$

Y finalmente. $Nu = cte \cdot Re^m \cdot Pr^t$

En la práctica, por tanto, el número de Nusselt dependerá de los números adimensionales indicados.

• **Convección forzada:**

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}, \text{Ec})$$

y en los casos normales, dado que la *disipación viscosa* es *despreciable* en la ecuación de la energía:

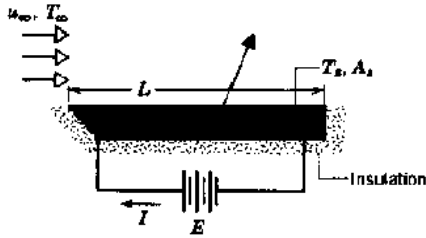
$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}) \quad = \text{t} \cdot \text{Pr}^t$$

• **Convección natural**

$$\text{Nu} = f(\text{Gr}, \text{Pr}) \quad = \text{t} \cdot \text{r} \cdot \text{Pr}^t$$

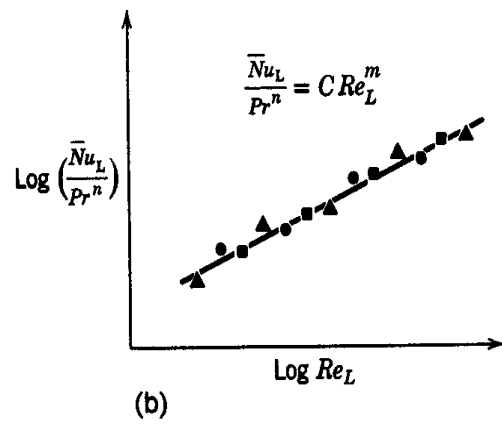
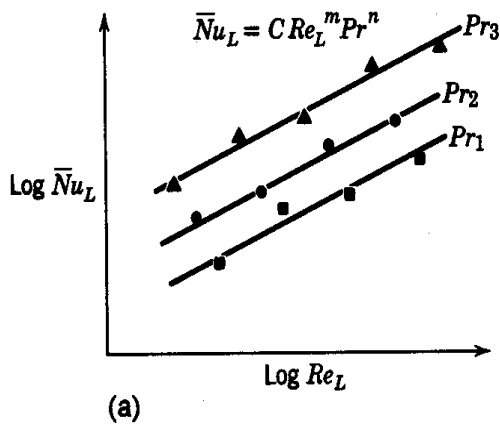
	FÓRMULA	SIGNIFICADO	COMENTARIO
REYNOLDS (Parámetro del flujo)	$Re = \frac{\rho \cdot u_{\infty} \cdot L}{\mu}$	$\frac{\text{Fuerza de inercia}}{\text{Fuerzas viscosas}}$	Caracteriza el tipo de flujo: Re ↓ LAMINAR Re ↑ TURBULENTO
GRASHOF (Parámetro del flujo)	$Gr = \frac{g \cdot L^3 \cdot \rho^2 \cdot (T_s - T_{\infty}) \cdot \beta}{\mu^2}$	$\frac{\text{Fuerzas de empuje del fluido}}{\text{Fuerzas viscosas}}$	
ECKERT (Parámetro del flujo)	$Ec = \frac{u_{\infty}^2}{C_p \cdot (T_s - T_{\infty})}$	$\frac{\text{Incremento de } T^a \text{ al detener el fluido}}{\text{Diferencia de temperatura}}$	Sólo importante en flujos con elevada velocidad
PRANDTL (Parámetro del fluido)	$Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{k} = \frac{\nu}{\alpha}$	<i>Relación entre la difusión de cantidad de movimiento debida a la viscosidad y la difusión térmica</i>	$\frac{\delta}{\delta_t} \approx Pr^n$ Pr << 1 metales Pr = 1 gases, Pr >> 1 en aceites
NUSSELT (Coef. Adim. de convección)	$Nu = \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big _{Y=0}$	<i>Gradiente del perfil adimensional de temperaturas</i>	

6. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DEL COEFICIENTE DE CONVECCIÓN



$$Q = I \cdot E = \bar{h}_L \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty)$$

$$\bar{Nu}_L = C \cdot Re_L^m \cdot Pr^n$$



7.-CÁLCULO DE PROPIEDADES DEL FLUIDO

Para evaluar los números dimensionales, es necesario determinar las propiedades del fluido:

$C_p, k..$ Estas son dependientes de la temperatura del fluido.

Como regla general, siempre que no se especifique lo contrario, las propiedades deben evaluarse de la siguiente forma:

FLUJO EXTERNO.

A la temperatura media: $T_m = \frac{T_s + T_\infty}{2}$

FLUJO INTERNO.

“A la temperatura del fluido T_b ”:

Sin embargo, en este caso se debe introducir en el número de Nusselt una corrección del tipo:

$$\left(\frac{Pr_b}{Pr_s} \right)^r \quad \text{o} \quad \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^r$$

para tener en cuenta la variación de las propiedades dentro de la capa límite térmica.

8.-ANALOGÍA ENTRE LA CAPA LÍMITE CINEMÁTICA Y TÉRMICA

En aquellos casos en que no es posible disponer de una correlación más adecuada para el número de Nusselt correspondiente al caso concreto que se analiza, se puede estimar dicho número, aprovechando la analogía entre las capas límite cinemática y térmica.

Analogía de Reynolds:

$$Nu = \frac{Cf}{2} \cdot Re \cdot Pr$$