

## Convocatoria de Ayudas Beatriz Galindo

### Proyecto de necesidad de investigación y transferencia del conocimiento que tendrá que realizar el investigador distinguido (hasta 25 puntos)

1.º Investigación planificada por la Universidad, hasta 12,5 puntos.

2.º Transferencia del conocimiento planificada por la Universidad, hasta 12,5 puntos.

#### Interés del campo emergente/inter/multidisciplinar

El objeto de la Matemática Aplicada es el de desarrollar herramientas teóricas y numéricas para la resolución de problemas que aparecen en áreas fundamentales (como lo es la resolución de ecuaciones diferenciales), en ciencias básicas (tales como la química, la biología o la física), u otros dominios de interés actual tales como las finanzas. En esta convocatoria de ayudas Beatriz Galindo nos enfocamos en problemas matemáticos muy concretos que aparecen en el dominio de la fotónica no lineal, y en concreto en la dinámica y formación de peines de frecuencias (véase más abajo). El área de la fotónica clásica es uno de los campos de la tecnología actual en los que la matemática aplicada es de especial interés puesto que los “primeros principios” de estas, están unívocamente establecidos por las ecuaciones macroscópicas no lineales de Maxwell, que a su vez resultan extremadamente complejas de resolver directamente ya sea mediante métodos analíticos o numéricos [1]. Debido a esta circunstancia, las ecuaciones de Maxwell se reescriben en formas ligeramente simplificadas, según el problema del que se trate, resultando en ecuaciones en derivadas parciales de distintos tipos que requieren técnicas y conceptos asociados a la reducción dimensional, teorías de perturbaciones, resolución de sistemas no autónomos, teoría de bifurcaciones y métodos variacionales, entre otros. Así mismo, las técnicas numéricas a menudo requieren de algoritmos avanzados que resultan de generalizaciones un tanto abstractas de los métodos más convencionales [2]. En este caso, la dinámica no lineal asociada a la formación de peines de frecuencias constituyen el foco central del **proyecto propuesto**, puesto que éstos impactan sobre un espectro enorme de aplicaciones a la vez que constituyen un campo emergente en rápida evolución y respaldado por apuestas fuertes de la comisión europea y muchas otras agencias de financiación. Además, cabe enfatizar que esta es una área de investigación recientemente instaurada en el Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada (IUMPA) que ya cuenta con publicaciones y financiación

importantes para ser desarrollada conjuntamente con institutos experimentales en el seno de la misma UPV. Al respecto de la fotónica, es importante destacar que la misma constituye una temática crucial y de gran importancia estratégica para la Comisión Europea [3], tal como lo demuestra la planificación de una inversión de 480 millones de euros en esta temática en el contexto de su estrategia “Horizon Europe” [4]. Mediante esta importante inversión se pretende conseguir una mayor independencia tecnológica de la Unión Europea y potenciar las numerosas aplicaciones de la fotónica. En particular, los peines de frecuencias encuentran aplicaciones, muchas recientemente desarrolladas o todavía en estado de maduración, en metrología, telecomunicaciones, defensa, astronomía, medicina, espectroscopia, química, detección, y microscopía, entre muchas otras [5,6].

El proyecto de investigación a desarrollar se centrará en los siguientes aspectos:

Dentro de la fotónica actual, uno de los temas que más rápidamente están evolucionando y atrayendo la atención de la comunidad científica es la generación de peines de frecuencia ópticos (OFC por sus siglas en inglés). Un OFC es un espectro que consiste en un conjunto discreto de frecuencias ópticas equi-espaciadas, lo que lo convierte en una regla óptica de gran precisión y es esto precisamente lo que lo motiva un sinnúmero de aplicaciones tecnológicas [7] (v. sección anterior). Estos OFCs aparecen de manera natural en el espectro (transformada de Fourier) de los tan recientemente celebrados solitones disipativos, un tipo particular de estructura localizada (EL). Estas estructuras emergen en sistemas biestables que soportan patrones [8], como predice el importante teorema de las variedades tangentes [9], y que físicamente requieren sistemas forzados fuera del equilibrio [10], tal como lo son inherentemente los dispositivos ópticos formadores de OFCs. [11].

No es sino gracias a la matemática aplicada que somos capaces de explicar de una manera clara y estructurada la generación de los OFCs, que son un caso particular de la rica dinámica, y en general compleja, que presentan los modelos matemáticos, y por ende los dispositivos, que generan los OFCs. El espectro dinámico completo es consecuencia de la rica estructura de bifurcaciones y transiciones (Hopf, Pitch-fork, broom, Belyakov-Devaney, etc.) de estos sistemas, dando lugar a soluciones estacionarias, oscilantes, o caóticas, entre otras [12,13]. Además de lo anterior, los solitones disipativos, y dependiendo de su morfología, exhiben trayectorias en el espacio de fase (e.g., *snaking* o monótonas) que determinan fuertemente su excitabilidad y el alcance de sus aplicaciones [14,15]. Dada la complejidad de estos sistemas, las regiones de existencia y estabilidad de los solitones disipativos solamente pueden ser

encontradas y entendidas mediante métodos avanzados de continuación numérica [16]. Es, por tanto, de crucial importancia conocer en profundidad las matemáticas de estos modelos antes de entender en profundidad las condiciones óptimas para generar y manipular los OFCs [17].

Actualmente, es de particular relevancia tecnológica la generación de OFCs en dispositivos micrométricos, tales como los resonadores en anillo o Fabry-Pérot, por el impacto que conlleva la miniaturización y posibilidad de integración de estos dispositivos. Estos dos tipos de dispositivos se fabrican y se utilizan ya en la UPV, tanto para generación de OFCs como otras aplicaciones de la fotónica. Por ello, y dado el vínculo colaborativo existente con estos grupos, el proyecto del candidato versará, en una parte importante, en torno al desarrollo y análisis numérico y matemático completos de los modelos pertinentes que describan dichos dispositivos. Esta actividad formará parte de la investigación propia desarrollada por la persona candidata y será llevada a cabo con las técnicas y metodologías propias del grupo de investigación que formará durante el transcurso de esta ayuda “Beatriz Galindo”. Dada la importancia que tienen los OFC en el contexto actual, y la gran cantidad de modelos que quedan por desarrollar y analizar, esta línea de investigación tiene el potencial de continuar impactando en la comunidad científica y de acarrear una importantísima transferencia tecnológica en un futuro a corto y medio plazo.

#### Beneficio en la UPV

En este marco se encuentra una de las actividades de investigación recientemente instauradas en el IUMPA: la generación de peines de frecuencia (OFC). En los últimos años, investigadores del IUMPA han publicado diversos artículos donde analizan la formación de OFCs. Entre ellos se encuentra [17] en el que se estudian sistemas espacio-temporales. Este trabajo presenta un cambio de paradigma con respecto a la generación de OFCs y [18] en el que se analiza la formación de OFC mediante la dispersión de cuarto orden. Además, en la última convocatoria de proyectos del plan nacional ya se ha financiado una propuesta en esta línea co-liderada por investigadores del IUMPA y del NTC (Nanophotonics Technology Center). Por tanto, esta línea de investigación es intrínsecamente interdisciplinar y en ella participan dos IUIs de la UPV.

- Colaboración entre centros

Aunque la persona candidata pertenecería al IUMPA, esperamos que pueda desarrollar sus actividades en colaboración con otros institutos de la UPV centrados en aspectos puramente experimentales como el NTC o el iTEAM. Dada la temática de tipo multidisciplinar, también podría participar en proyectos del Instituto de Matemática Multidisciplinar (IMM).

- Catalizador de nuevas oportunidades nacionales/internacionales, captación de fondos y transferencia de conocimiento a la industria y a la sociedad.

Las eventuales colaboraciones entre el IUMPA y los institutos experimentales (iTEAM, NTC) contribuirán a reforzar el posicionamiento de la UPV en el campo de las comunicaciones ópticas.

#### Qué se espera de la persona candidata:

La persona candidata trabajará sobre la derivación de modelos dinámicos complejos a partir de las ecuaciones de Maxwell, así como en su análisis formal (principalmente el análisis completo de las bifurcaciones del sistema) e implementación numérica mediante herramientas teóricas y algoritmos numéricos avanzados. Esta metodología se enmarca en el contexto del ‘Modelado Matemático’ y ‘Dinámica de Operadores que representan dos de las áreas más activas en el IUMPA.

Para continuar desarrollando esta línea prioritaria para el IUMPA, la persona candidata debería poseer una sólida y consolidada experiencia en las siguientes áreas:

- Desarrollo de algoritmos para la simulación numérica especializada de la dinámica no lineal.
- Teoría de bifurcaciones y continuación numérica.

De la persona candidata esperamos que nos pueda aportar nuevas herramientas de análisis de bifurcaciones y continuación. Además, dado el perfil intrínsecamente multidisciplinar de la línea de investigación, se tomaría en alta consideración los conocimientos sobre generación de peines de frecuencia. Otro aspecto que se consideraría como favorable es haber trabajado directamente en entornos experimentales.

- Creación y liderazgo de un grupo de investigación

Dada la estabilidad y el prestigio ofrecidos por esta Beatriz Galindo, la persona candidata captará fondos de entre un gran conjunto de fuentes de financiación a través de las cuales

contratará el personal necesario para desarrollar y establecer sus propias líneas de trabajo, creando así su propio grupo de investigación.

- Atracción y captación de financiación nacional e internacional, convocatorias...

Como parte de su actividad rutinaria, la persona candidata estará frecuentemente involucrado en solicitudes de proyectos científicos y otros fondos que permitan la captación de personal (doctorandos e investigadores post-doctorales) y recursos (infraestructura para cálculo numéricos, asistencia a conferencias, capacidad para organizar conferencias y workshops en la UPV). Se tendrán como objeto las convocatorias regionales de la Generalitat Valenciana (tales como los programas “Santiago Grisolia” o “Prometeo”), las convocatorias nacionales del ministerio (tales como las del “Plan Nacional”), así como las de la “European Commission”. Éstas últimas constituyen un objetivo prioritario para el IUMPA, y en particular lo son las “ERC-starting/consolidator/advanced grants” o, como culminación final desde el punto de vista de la transferencia de tecnología, las “EIC-transition”, que financian la puesta en el mercado de dispositivos específicos. Todas estas fuentes de financiación están en excelente consonancia con el dominio de conocimiento al que pertenece esta investigación, puesto que la aplicación de estas matemáticas se halla de forma directa en la fotónica, microchips y telecomunicaciones.

- Supervisión de tesis de investigación y transferencia de conocimiento a estudiantes

La persona candidata, como resultado de los proyectos científicos que constantemente tendrá en vigor, supervisará continuamente tesis doctorales y trabajos de fin de grado y máster. Además, desarrollará su actividad docente en materias afines a su investigación, de modo que los estudiantes de grado y/o máster adquieran, de primera mano y como parte de su formación universitaria, conocimientos pertenecientes a la frontera del conocimiento así como una visión de lo que significa desarrollar una carrera en investigación y desarrollo.

- Transferencia de conocimiento a través de divulgación

La UPV organiza y colabora periódicamente en actividades de divulgación científica dirigidas al público en general, como Semana de la Ciencia, o Praktikum UPV. En estas actividades, los protagonistas son estudiantes de grado de diferentes niveles. Además, la persona candidata también deberá dar charlas en colegios y escuelas primarias. Estas actividades son muy

importantes para las cuestiones relacionadas con el género, ya que estimulan a más mujeres a emprender sus estudios y seguir una carrera en los campos de la ciencia y la tecnología.

### *English Version*

#### Emerging/inter/multidisciplinary field interest

The object of Applied Mathematics is to develop theoretical and numerical tools for solving problems that appear in fundamental areas (such as the resolution of differential equations), in basic sciences (such as chemistry, biology, or physics), or in other domains of current interest such as finance. In this call for Beatriz Galindo grants, we focus on particular mathematical problems that appear in the domain of nonlinear photonics and specifically in the dynamics and formation of frequency combs (see below). The area of classical photonics is one of the fields of current technology in which applied mathematics is of special interest since its "first principles" are unequivocally established by Maxwell's nonlinear macroscopic equations, which turn out to be extremely complex to solve directly either through analytical or numerical methods [1]. Due to this circumstance, Maxwell's equations are rewritten in slightly simplified forms, depending on the problem. That results in partial differential equations of different types that require techniques and concepts associated with dimensional reduction, perturbation theories, resolution of non-autonomous systems, bifurcation theory, and variational methods, among others. Likewise, numerical techniques often require advanced algorithms that result from somewhat abstract generalizations of more conventional methods [2]. In this case, the nonlinear dynamics associated with the formation of frequency combs constitute the central focus of this research since they impact an enormous spectrum of applications while including an emerging field in rapid evolution and backed by solid bets from the European Commission and many other funding agencies. In addition, we emphasize that this research area was recently established at the University Institute of Pure and Applied Mathematics and already has important publications and funding to be developed jointly with experimental institutes within the UPV.

Regarding photonics, it is essential to highlight that it constitutes a crucial issue of great strategic importance for the European Commission [3], as evidenced by the planning of an investment of 480 million euros in this issue in the context of its "Horizon Europe" strategy [4]. Through this vital investment, the aim is to achieve greater technological independence from the European Union and promote the numerous applications of photonics. In particular,

the frequency combs, the object of this research, find applications, many recently developed or still in a state of maturation, in metrology, telecommunications, defense, astronomy, medicine, spectroscopy, chemistry, detection, and microscopy, among many others [5,6].

The research project to be developed will focus on the following aspects:

One of the topics rapidly evolving and attracting the scientific community's attention is the generation of optical frequency combs (OFC). An OFC is a spectrum that consists of a discrete set of equispaced optical frequencies, making it a highly accurate optical ruler, and this is what motivates endless technological applications [7] (see the previous section). These OFCs appear naturally in the spectrum (Fourier transform) of the recently celebrated dissipative solitons, a particular type of localized structure (EL). These structures emerge in bistable systems that support patterns [8], as predicted by the important theorem of tangent manifolds [9], and that physically require systems forced out of equilibrium [10], as optical devices that form OFCs inherently are [11]. Thanks to applied mathematics, we can explain in a clear and structured way the generation of OFCs, which are a particular case of the rich dynamics, and in general complex, those mathematical models present, and therefore the devices, which generate the OFCs. The complete dynamic spectrum is a consequence of these systems' rich structure of bifurcations and transitions (such as Hopf, Pitch-fork, broom, and Belyakov-Devaney), giving rise to stationary, oscillating, or chaotic solutions, among others [12, 13]. In addition to the above, dissipative solitons, depending on their morphology, exhibit trajectories in phase space (e.g., snaking or monotonic) that strongly determine their excitability and the scope of their applications [14,15]. Given the complexity of these systems, the regions of existence and stability of dissipative solitons can only be found and understood using advanced numerical continuation methods [16]. Therefore, it is crucial to understand these models' mathematics in depth before understanding the optimal conditions to generate and manipulate OFCs [17]. Currently, the generation of OFCs in micrometric devices, such as a ring or Fabry-Pérot resonators, is of particular technological relevance due to the impact of miniaturization and the possibility of integrating these devices. These devices are already manufactured and used at the UPV for generating OFCs and other photonics applications. For this reason, and given the existing collaborative link with these groups, the candidate's project will deal, in an important part, with the development and complete numerical and mathematical analysis of the relevant models that describe said devices. This activity will be part of the candidate's research and will be carried out with the techniques and methodologies of the research group that "Beatriz Galindo" will form during the duration of

this grant. Given the importance of OFCs in the current context and the large number of models that remain to be developed and analyzed, this line of research has the potential to continue impacting the scientific community and to bring about a critical technological transfer in the future.

### Benefits for the UPV

Within this framework is one of the research activities recently established at the IUMPA: the generation of frequency combs (OFC). In recent years, IUMPA researchers have published several articles analyzing the formation of OFCs. Among them is [17], in which space-time systems are studied. This work presents a paradigm shift regarding the generation of OFCs, and [18] in which the formation of OFCs through fourth-order dispersion is analyzed. In addition, in the last call for projects of the national plan, a proposal in this line co-led by researchers from the IUMPA and the NTC (Nanophotonics Technology Center) has already been financed. Therefore, this line of research is intrinsically interdisciplinary, and two UPV IUIs participate in it.

- Collaboration between centers

Although the researcher would belong to the IUMPA, we hope that the candidate will be able to develop their activities in collaboration with other UPV institutes focused on purely experimental aspects such as the NTC or the iTEAM. Given the multidisciplinary theme, he could also participate in projects from the Institute of Multidisciplinary Mathematics (IMM) projects.

- Catalyst for new national/international opportunities, fundraising and knowledge transfer to industry and society

Possible collaborations between the IUMPA and the experimental institutes (iTEAM, NTC) will contribute to strengthening the position of the UPV in the field of optical communications.

### What is expected from the candidate?

The candidate will work on the derivation of complex dynamic models from Maxwell's equations, as well as on their formal analysis (mainly the complete analysis of the bifurcations of the system) and numerical implementation using theoretical tools and advanced numerical

algorithms. This methodology is framed in the context of 'Mathematical Modeling' and 'Dynamics of Operators' that are two of the most active areas in the IUMPA.

To continue developing this priority line for the IUMPA, the potential candidate should have a solid and consolidated experience in the following areas:

- Development of algorithms for specialized numerical simulation of nonlinear dynamics.
- Bifurcation theory and numerical continuation.

We hope the candidate can provide us with new bifurcation and continuation analysis tools. In addition, given the intrinsically multidisciplinary profile of the line of research, knowledge on the generation of frequency combs would be taken into high consideration. Another aspect that would be considered favorable is having worked directly in experimental settings.

- Create and lead a research group

Given the stability and prestige offered by this Beatriz Galindo, the candidate will raise funds from a large set of funding sources through which he will hire the necessary personnel to develop and establish his lines of work, thus creating his group of research.

- Attract and obtain national and international funding, calls...

As part of their activity, the candidate will be frequently involved in requests for scientific projects and other funds that allow the recruitment of personnel (doctoral students and post-doctoral researchers) and resources (infrastructure for numerical calculations, attendance at conferences, capacity to organize conferences and workshops at the UPV). The regional calls of the Generalitat Valenciana (such as the "Santiago Grisolia" or "Prometeo" programs), the national calls of the ministry (such as those of the "National Plan"), as well as those of the "European Commission ". The latter constitutes a priority objective for the IUMPA, particularly the "ERC-starting/consolidator/advanced grants" or, as a final culmination from the point of view of technology transfer, the "EIC-transition", which finances the placing on the market of specific devices. All these funding sources are in excellent agreement with the domain of knowledge this research proposal belongs to, since the application of these mathematics is found directly in photonics, microchips, and telecommunications.

- Supervise research thesis and transfer knowledge to students

As a result of the scientific projects that he will constantly have, the distinguished researcher will continuously supervise doctoral theses and final degree and master's projects. In addition, it will develop its teaching activity in subjects related to its research, so that undergraduate and/or master's students acquire, first-hand and as part of their university education, knowledge belonging to the frontier of knowledge as well as a vision of what it means to develop a career in research and development.

- Knowledge transfer through outreach

The UPV periodically organizes and collaborates in scientific outreach activities aimed at the general public, such as "la Semana de la Ciencia", or Praktikum UPV. In these activities, the protagonists are undergraduate students of different levels. In addition, the candidate will also be required to give talks at colleges and primary schools. These activities are vital for gender issues as they stimulate more women to undertake their studies and pursue a career in science and technology.

## References

- [1] A. Taflove, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method* (Artech House, 1995).
- [2] J. Yang, *Nonlinear Waves in Integrable and Nonintegrable Systems*. SIAM (2010)
- [3] [Photonics Strategic Research and Innovation Agenda](#)
- [4] [European Commission pledges €480 million for photonics](#)
- [5] T. W. Hänsch, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 1297 (2006).
- [6] J. L. Hall, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 1279 (2006)
- [7] A. Pasquazi *et al.*, *Phys. Rep.* **729**, 1 (2018).
- [8] R. Hoyle, *Pattern Formation: an introduction to methods*. Cambridge University Press, 2006.
- [9] P. D. Woods, A. R. Champneys, *Physica D: Nonlinear Phenomena* **129**, 147-170 (1999)
- [10] M. C. Cross and P. C. Hohenberg. *Rev. Mod. Phys.* **65**, 851 1993.
- [11] E. Knobloch, *Nonlinearity* **21**, T45 (2008).
- [12] B. Hasselblat, *Handbook of Dynamical Systems*, North-Holland
- [13] H. Kiëlhofer, *Bifurcation Theory*, Springer
- [14] D. Avitabile, *et al.* *SIAM J. Math. Anal.* **3**, 704 (2010)
- [15] M. Beck *et al.*, *SIAM J. Math. Anal.* **41**, 936 (2009)

- [16] B. Krauskopf, *Numerical Continuation Methods for Dynamical Systems: Path Following and Boundary Value Problems: Dedicated to Eusebius J. Doedel for His 60th Birthday*
- [17] S. B. Ivars *et al.*, Phys. Rev. Lett. **126**, 063903 (2021).
- [18] P. Parra-Rivas *et al.*, Opt. Lett. **47**, 2438 (2022).